



მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 259

ამოცანა №

გვერდი №

ვარაუდით C და D წერტილებში ეჭვგარეშეა სწავლით \triangle
 შეუძლიათ ნიშნის ამსხვავება E ს ~~ს~~ შედეგად მიიღებთ
 სწავლით ხოლო E და D ერთ ნიშნში მოვალისმის ხოლო
 A და C ერთ E ს შეუძლია D სთან ეჭვგარეშეა სწავლით
 A ს C სთან სვეტ A ს ვერცხან შედეგად გახდა C ს
 რადგან C სთან ვარაუდით A ს D სთან

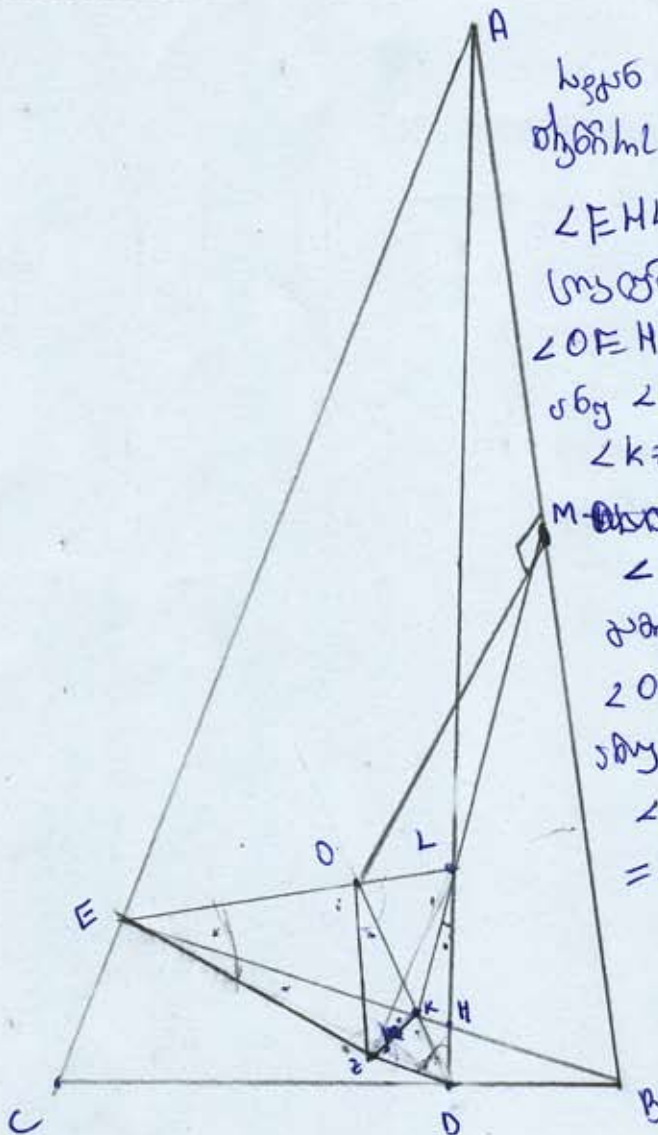


მაგიდა №

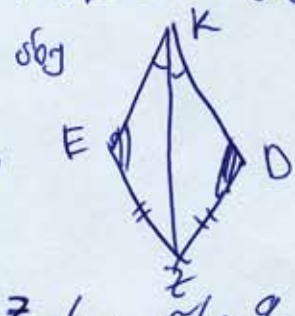
28.04.2012/ მათ/ III/ 259

ამოცანა № 2

გვერდი № 1



სგან Z EOD -ზე შემხვევთ
 მხრის სიგრძეა ანუ $ZE = ZO = ZD$
 $\angle EHL = \angle KZO$ ანუ $KH \perp OD$
 სიმეტრიის გამოყენებით
 $\angle OEH = \angle OKZ$ $EOKZ$ -ის სიმეტრიის
 ანუ $\angle ELA = \angle LEH + \angle LHE = \angle OKZ +$
 $\angle KZO = \angle OZO \Rightarrow OZO$ -სიმეტრიის
 $\angle ZKE = \angle ZOE$ სიმეტრიის
 გამოყენებით $\angle ZOE = \angle OEZ$ $ZO = ZE$
 $\angle OEZ = \angle KOD$ $OEKZ$ სიმეტრიის
 ანუ $\angle FEZ = \angle ZKO$ ანუ ZK მართობი
 $\angle EKD$ ან. $\angle KOZ = \angle KOZ =$
 $= \angle KEZ$ ან AK $OZ = ZO$ ან
 $KZEO$ -ს სიმეტრიის
 ანუ



$\triangle KEZ = \triangle KDZ \Rightarrow \angle EZK = \angle KZD$ ან
 $\angle EZK = \angle LOK = \angle LZD = \angle KZD \Rightarrow AKZ$ მართობი.



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 259

ამოცანა №

2

გვერდი №

2

$\angle OHD$ -ს სიდიდე სიკვან $\angle FOD = \angle EHD$ რადგან თანაოა
ჩსლ Z ანუ $\angle HDC$ -ს სიდიდე $\angle CEH = \angle HDC = 90^\circ$
 $\angle ECDH$ სიდიდისგან უდრის.



მაგიდა № _____

28.04.2012/ მათ/ III/ 259

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

ჩვენ დავაძვინებთ რომ თუ a_1 არ არის სხვა სვანობა
მაშინ ამ მიძვეკრობაში არის მიხედვით ერთი სხვა სვანობა.

დავუძვინებთ $a_1 = t^2 + y$ სადა $0 < y < 2t + 1$
დავუძვინებთ მის ნაწილად რომ $y \geq t + 1$ და ~~თუ~~ $y \leq t$

ა) $y \geq t + 1$
 $a_2 = t^2 + y + t \geq t^2 + 2t + 1 = (t + 1)^2 \Rightarrow a_2 = (t + 1)^2 + x$ სადა ~~სადა~~
 $x = y - (t + 1)$ $y < 2t + 1 \Rightarrow x < t$ ანუ ეს ნაწილი დავის
 მუხლი \geq ნაწილზე რომ $y \leq t$.

ბ) $y \leq t$
 $a_2 = t^2 + y + t < t^2 + 2t + 1 = (t + 1)^2 \Rightarrow a_3 = t^2 + 2t + y$
 სადა $y > 0$ ამიტომ $a_3 = (t + 1)^2 + (y - t)$ ანუ ~~მეორე~~
~~მეორე ნაწილზე ანუ მეორე ნაწილზე და ანუ.~~
 დავუძვინებთ იქვე ნაწილად $(t + 1)^2$ და $(y - t)$ ანუ ანუ ყოველთვის
 მეორე ნაწილზე სვანობაზე მეტი იქნება ანუ y იქნება კვადრატის
 $y - 1$ კვადრატზე ასეა მნიშვნელობის და \geq რომელ ჯგუფზე
 ამიტომ სვანობაში მათ იმდენ ატყუებენ რომ ამ მიძვეკრობაში
 იქნება იქნა სხვა სვანობა მათ.



მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 259

ამოცანა № 3

გვერდი № 2

დავადგინოთ, რომ მიძვერობაში არს ^{შინაგვ} უნაღვრე
 მინ ^{სხვ} ესა დავადგინოთ რომ მიძვერობაში არს უსსხულო
 ნაღვრისცენი. რის მეყეფას ამოცანის დაძვერისეწვიო ექცეა.
 ვაქვანი არ არს უსსხულომე ეს სხვრ ნაღვრისაღვრე
 ბვილითა დქნდოცენი n სხვრ $a_n = t^2$ სფაც $t \in \mathbb{Z}$
 $a_{n+1} = t^2 + t$ დავადგინოთ რომ $a_{n+2x+1} = (t+x)^2 + t - x$.
 $x \leq t$ დავადგინოთ იბყქსითი $x=0$ $a_{n+1} = (t+0)^2 + t - 0$.
 ვაქვანი $a_{n+2k+1} = (t+k)^2 + t - k$ და დავადგინოთ $k+1$ სავრ
 რომ $a_{n+2(k+1)+1} = (t+k+1)^2 + t - (k+1)$.
 $a_{n+2k+1} = (t+k)^2 + t - k$ რაყეან $k < t$ ამიყნა $(t+k)^2 + t - k > (t+k)^2$
 დავადგინოთ სმა $(t+k)^2 + t - k < (t+k)^2 + k = t^2 + 2tk + 2t + 2k + k^2 + t$
 $t^2 + k^2 + t - k < t^2 + 2tk + 2t + 2k + k^2 + t$ იბიყნა სმა k დავაბილითა.
 $t^2 + k^2 + t - k < t^2 + 2tk + 2t + 2k + k^2 + t$ ეს ცხადია. სფაც $2tk + t + 2k + t > 0$
 $t, k \geq 0$
 სხვრ $a_{n+2k+2} = (t+k)^2 + t - k + t + k = (t+k+1)^2 + k^2 - (k+1)^2$
 ცხადია $(t+k+1)^2 + k^2 - (k+1)^2 < (t+k+1)^2$ სფაც $(k+1)^2 > k^2$
 სხვრ $a_{n+2k+3} = (t+k+1)^2 - 2k - 1 + t + k = (t+k+1)^2 + t - (k+1)$ მ.ყ.დ.
 სხვრ $a_{n+2x+1} = (t+x)^2 + t - x$ $x=t$ მთონ $a_{n+2t+1} = (2t)^2 = 4t^2$.
 სხვრ მესმა სვან ვიყნოთ სმა n დქნდოცენი იყნ მესმა
 ვაქვანი n იბყ ვიყნ $n+2t+1$ სმაბილითა სხვრ ნაღვრისაღვრე

